

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ
CLASA a XI-a
27.02.2015

Subiectul I.(20 puncte)

Dacă a, b, c sunt măsurile unghiurilor triunghiului ascuțitunghic ABC, atunci arătați că:

$$\begin{vmatrix} tga & tgc-1 & tgb+1 \\ tgc+tg b & tga-1 & 1 \\ tga \cdot tgb \cdot tgc & -1 & 1 \end{vmatrix} \leq 0$$

prof. Camelia Magdaș, Colegiul Național Andrei Mureșanu Dej

Subiectul II.(20 puncte)

Fie $A \in M_n(\mathbb{R})$ cu proprietatea că $A^{2015} + A^{2016} + A^{2017} = O_n$ și fie $B = A^2 + A + I_n$. Arătați că matricea $I_n - AB$ este inversabilă.

prof. Cristian Petru Pop, ISJ Cluj, - prelucrare Gazeta matematică

Subiectul III.(40 puncte)

a) Fie $(x_n)_{n \geq 1}$ un șir de numere reale definit prin formula $x_n = \frac{\frac{1}{2015} + \frac{1}{2016} + \dots + \frac{1}{n+2014}}{\ln(n+2105)}$.

Calculați $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n$;

prof. Raul Domșa, Liceul Teoretic „Petru Maior” Gherla

b) Se dau șirurile (a_n) și (b_n) , unde $a_n = \frac{1}{1 \cdot 3} - \frac{1}{2 \cdot 4} + \frac{1}{3 \cdot 5} - \frac{1}{4 \cdot 6} + \dots + \frac{1}{(2n-1)(2n+1)}$, $n \geq 1$ și

$b_n = 1 \cdot 3 - 2 \cdot 4 + 3 \cdot 5 - 4 \cdot 6 + \dots + (2n-1)(2n+1)$. Să se calculeze $\lim_{n \rightarrow \infty} (4a_n)^{b_n}$.

prof. Nicolae Alb, Liceul Teoretic „Octavian Goga” Huedin

Subiectul IV.(10 puncte)

Să se calculeze limita șirului $(x_n)_{n \geq 0}$ care verifică relația $x_{n+1} = \sqrt{x_n + 45} - \sqrt{x_n + 5}$, cu $x_0 \geq -5$.

prof. Eugen Jecan, Colegiul Național Andrei Mureșanu Dej

Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
Timp efectiv de lucru - 3 ore.

SUCCES!